

2018 年成人高考高起点数学（文科）真题

一、选择题(本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分)

1. 已知集合 $A = \{2,4,8\}$, $B = \{2,4,6,8\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{2,4,6,8\}$ B. $\{2,4\}$
 C. $\{2,4,8\}$ D. $\{6\}$
2. 不等式 $x^2 - 2x < 0$ 的解集为 ()
 A. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ B. $\{x|-2 < x < 0\}$
 C. $\{x|0 < x < 2\}$ D. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$
3. 曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 ()
 A. $(-1,0)$ B. $(0,1)$
 C. $(2,0)$ D. $(1,0)$
4. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 ()
 A. $y = x^{-2}$ B. $y = x^2$
 C. $y = \sin x$ D. $y = 3^{-x}$
5. 函数 $f(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期是 ()
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. 2π
 C. π D. 4π
6. 下列函数中，为偶函数的是 ()
 A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$ B. $y = 2^{-x}$
 C. $y = x^{-1} - 1$ D. $y = 1 + x^{-3}$
7. 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后，所得图像对应的函数为 ()
 A. $y = \log_2(x+1)$ B. $y = \log_2(x+3)$
 C. $y = \log_2(x+2) - 1$ D. $y = \log_2(x+2) + 1$
8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，公差 $d \neq 0$ ， a_2, a_3, a_6 成等比数列，则 $d =$ ()
 A. 1 B. -1
 C. -2 D. 2
9. 从 1,2,3,4,5 中任取 2 个不同的数，这 2 个数都是偶数的概率为 ()
 A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{5}$
 C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{5}$
10. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 的半径为 ()
 A. $\sqrt{10}$ B. 4
 C. $\sqrt{15}$ D. 16
11. 曲线 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 的焦距为 ()
 A. 27 B. 23
 C. 4 D. 2
12. 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 F，点 A(0, -1)，则直线 AF 的斜率为 ()
 A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$
 C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排，则该女生不在两端的不同排法共有 ()
 A. 24 种 B. 12 种
 C. 16 种 D. 8 种
14. 已知平面向量 $a = (1, t)$, $b = (-1, 2)$ ，若 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$ ，则 ()
 A. $2t - 3m + 1 = 0$ B. $2t + 3m + 1 = 0$
 C. $2t - 3m - 1 = 0$ D. $2t + 3m - 1 = 0$
15. 函数 $f(x) = 2\cos(3x - 3)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ 的最大值是 ()
 A. 0 B. $\sqrt{3}$
 C. 2 D. -1
16. 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像与直线 $y = x + 1$ 交于 A, B 两点，则 $|AB|$ ()
 A. $2\sqrt{13}$ B. 4
 C. $\sqrt{34}$ D. $5\sqrt{2}$
17. 设甲： $y = (x)$ 的图像有对称轴；乙： $y = f(x)$ 是偶函数，则 ()
 A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
 B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
 C. 甲是乙的充要条件
 D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为_____.

19. 掷一枚硬币时, 正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$, 掷这枚硬币 4 次, 则恰有 2 次正面向上的概率是_____.

20. 已知 $\sin x = -\frac{3}{5}$ 且 x 为第四象限角, 则 $\sin 2x =$ _____.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_k = 128$, 求 k .

23. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $AB = 2$, $BC = 3$. 求

(1) $\sin C$;

(2) AC .

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$. 求

(1) $f(x)$ 的单调区间;

(2) $f(x)$ 零点的个数.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4, 两焦点分别为 $F_1(-3, 0)$, $F_2(3, 0)$

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 若 P 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 求 $\cos \angle F_1PF_2$.

参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了集合的运算的知识点.

【应试指导】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$

2. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了一元二次不等式的解集的知识.

【应试指导】 $x^2 - 2x < 0 \rightarrow x(x-2) < 0 \rightarrow 0 < x < 2$, 故解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$

3. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】曲线 $y = \frac{2}{x}$ 的对称中心是原点 $(0, 0)$, 而曲线 $y = \frac{2}{x-1}$ 是由曲线 $y = \frac{2}{x}$ 向右平移 1 个单位形成的, 故曲线 $y = \frac{2}{x-1}$ 的对称中心是 $(1, 0)$.

4. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了函数的单调性的知识点.

【应试指导】A、D 两项在 $(0, +\infty)$ 上为减函数, C 项在 $(0, +\infty)$ 上不是单调函数.

5. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了三角函数的周期的知识点.

【应试指导】最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$.

6. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】A 项, $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, 则 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$ 故 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 为偶函数.

7. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后, 所得图像对应的函数为 $y - 1 = \log_2(x-0+2)$, 即 $y = \log_2(x+2) + 1$.

8. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了等差数列和等比数列的知识点.

【应试指导】 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, 则 $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$, $a_6 = a_1 + 5d$. 又因 a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $a_3^2 = a_2 \cdot a_6$, 即 $(1+2d)^2 = (1+d)(1+5d)$, 解得 $d = 0$ (舍去) 或 $d = -2$, 故选 C.

9. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了概率的知识点.

【应试指导】这 2 个数都是偶数的概率为 $P = \frac{C_2^2}{C_2^4} = \frac{1}{10}$.

10. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了圆的方程的知识点.

【应试指导】圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 可化为 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$, 故圆的半径为 4.

11. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了双曲线的焦距的知识点.

【应试指导】 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 可化为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, 即 $a^2 = 4$, $b^2 = 3$, 则 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 7$, 则焦距 $2c = 2\sqrt{7}$.

12. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了抛物线的焦点的知识点.

【应试指导】抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 $F(\frac{3}{2}, 0)$, 则直线 AF 的斜率为 $k = \frac{0 - (-1) - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - 0}$.

13. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】该女生不在两端的不同排法有 $C_2^2 A_3^3 = 12$ (种).

14. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了平行向量的知识点.

【应试指导】 $a + mb = (1, t) + m(-1, 2) = (1-m, t+2m)$, 又因 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则 $1 \cdot (1-m) = -2 \cdot (t+2m)$ 化简得: $2t + 3m + 1 = 0$.

15. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了三角函数的最值的知识点.

【应试指导】当 $x = \frac{\pi}{3}$ 时, 函数 $f(x) = 2\cos(3x-3)$ 取最大值, 最大值为 2.

16. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了平面内两点间的距离公式的知识点.

【应试指导】由 $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$ 即 $A(-1, 0), B(4, 5)$, 则 $|AB| = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$.

17. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了充分条件和必要条件的知

【应试指导】图像有对称轴的不一定是偶函数, 但偶函数的图像一定有对称轴 y 轴, 故选 D.

一、填空题

18. 【答案】 $x - 3y - 7 = 0$

【考情点拨】 本题考查了直线方程的知识点.

【应试指导】 因为所求直线与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直, 故可设所求直线方程为 $x - 3y + a = 0$; 又直线经过点 $(1, -2)$, 故 $1 - 3 \times (-2) + a = 0$, 则 $a = -7$, 即所求直线方程为 $x - 3y - 7 = 0$

19. 【答案】 $\frac{3}{8}$

【考情点拨】 本题考查了贝努利试验的知识点.

【应试指导】 恰有 2 次正面向上的概率是 $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$.

20. 【答案】 $-\frac{24}{25}$

【考情点拨】 本题考查了三角函数公式的知识点.

【应试指导】 x 为第四象限角, 则 $\cos x = \frac{4}{5}$ 故 $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = -\frac{24}{25}$

21. 【答案】 $x + y = 0$

【考情点拨】 本题考查了导数的几何意义的知识点.

【应试指导】 根据导数的几何意义, 曲线在 $(0, 0)$ 处的切线斜率 $k = y'|_{x=0} = -1$, 则切线方程为 $y - 0 = -1 \cdot (x - 0)$, 化简得: $x + y = 0$.

三、解答题

22. (1) $S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1)$,

$$\begin{aligned} \text{则 } a_n &= S_n - S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^n - 1) - \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1) \\ &= 2^{2n-1}. \end{aligned}$$

(2) $a_k = 2^{2k-1} = 128 = 2^7$,

$$\therefore 2k - 1 = 7,$$

$$\therefore k = 4.$$

23. (1) $\because \frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC}$

$$\therefore \sin C = \frac{\sin A}{BC} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(2) 由题意知, $C < 90^\circ$,

$$\text{故 } \cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\sin B = \sin[180^\circ - (A + C)] = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{3 + \sqrt{6}}{6},$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin B = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

24. (1) $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$, 令 $f(x) = 0$, 得: $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$

当 $x > 1$ 或 $x < -\frac{5}{3}$ 时, $f(x) > 0$;

当 $-3 < x < 1$ 时, $f(x) < 0$.

故 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty, -\frac{5}{3})$ 和 $(1, +\infty)$, 单调减区间为 $(-3, 1)$

(2) $f(-\frac{5}{3}) > 0, f(1) < 0$

$\therefore f(x)$ 有 3 个零点

25. (1) 由题意可知, $a = 2, c = 3$,

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1,$$

\therefore 椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

$$(2) \begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a = 4 \\ |PF_1| - |PF_2| = 2 \end{cases}$$

解得: $|PF_1| = 3, |PF_2| = 1$,

由余弦定理可得:

$$\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1 F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} = \frac{3^2 + 1 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3 \times 1} = -\frac{1}{3}$$