

# 2018 年成人高考高起点数学（文科）真题

## 一、选择题(本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分)

- 已知集合  $A = \{2,4,8\}$ ,  $B = \{2,4,6,8\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
 A.  $\{2,4,6,8\}$  B.  $\{2,4\}$   
 C.  $\{2,4,8\}$  D.  $\{6\}$
- 不等式  $x^2 - 2x < 0$  的解集为 ( )  
 A.  $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$  B.  $\{x|-2 < x < 0\}$   
 C.  $\{x|0 < x < 2\}$  D.  $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$
- 曲线  $y = \frac{2}{1-x}$  的对称中心是 ( )  
 A.  $(-1,0)$  B.  $(0,1)$   
 C.  $(2,0)$  D.  $(1,0)$
- 下列函数中，在区间  $(0, +\infty)$  为增函数的是 ( )  
 A.  $y = x^{-2}$  B.  $y = x^2$   
 C.  $y = \sin x$  D.  $y = 3^{-x}$
- 函数  $f(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$  的最小正周期是 ( )  
 A.  $\frac{\pi}{2}$  B.  $2\pi$   
 C.  $\pi$  D.  $4\pi$
- 下列函数中，为偶函数的是 ( )  
 A.  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  B.  $y = 2^{-x}$   
 C.  $y = x^{-1} - 1$  D.  $y = 1 + x^{-3}$
- 函数  $y = \log_2(x+2)$  的图像向上平移 1 个单位后，所得图像对应的函数为 ( )  
 A.  $y = \log_2(x+1)$  B.  $y = \log_2(x+3)$   
 C.  $y = \log_2(x+2) - 1$  D.  $y = \log_2(x+2) + 1$
- 在等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 1$ ，公差  $d \neq 0$ ， $a_2, a_3, a_6$  成等比数列，则  $d =$  ( )  
 A. 1 B. -1  
 C. -2 D. 2
- 从 1,2,3,4,5 中任取 2 个不同的数，这 2 个数都是偶数的概率为 ( )  
 A.  $\frac{3}{10}$  B.  $\frac{1}{5}$   
 C.  $\frac{1}{10}$  D.  $\frac{3}{5}$
- 圆  $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$  的半径为 ( )  
 A.  $\sqrt{10}$  B. 4  
 C.  $\sqrt{15}$  D. 16
- 曲线  $3x^2 - 4y^2 = 12$  的焦距为 ( )  
 A. 27 B. 23  
 C. 4 D. 2
- 已知抛物线  $y^2 = 6x$  的焦点为 F，点 A(0, -1)，则直线 AF 的斜率为 ( )  
 A.  $\frac{3}{2}$  B.  $-\frac{3}{2}$   
 C.  $-\frac{2}{3}$  D.  $\frac{2}{3}$
- 若 1 名女生和 3 名男生排成一排，则该女生不在两端的不同排法共有 ( )  
 A. 24 种 B. 12 种  
 C. 16 种 D. 8 种
- 已知平面向量  $a = (1, t)$ ,  $b = (-1, 2)$ ，若  $a + mb$  平行于向量  $(-2, 1)$ ，则 ( )  
 A.  $2t - 3m + 1 = 0$  B.  $2t + 3m + 1 = 0$   
 C.  $2t - 3m - 1 = 0$  D.  $2t + 3m - 1 = 0$
- 函数  $f(x) = 2\cos(3x - 3)$  在区间  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$  的最大值是 ( )  
 A. 0 B.  $\sqrt{3}$   
 C. 2 D. -1
- 函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的图像与直线  $y = x + 1$  交于 A, B 两点，则  $|AB|$  ( )  
 A.  $2\sqrt{13}$  B. 4  
 C.  $\sqrt{34}$  D.  $5\sqrt{2}$
- 设甲： $y = (x)$  的图像有对称轴；乙： $y = f(x)$  是偶函数，则 ( )  
 A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  
 B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件  
 C. 甲是乙的充要条件  
 D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 过点  $(1, -2)$  且与直线  $3x + y - 1 = 0$  垂直的直线方程为\_\_\_\_\_.
19. 掷一枚硬币时, 正面向上的概率为  $\frac{1}{2}$ , 掷这枚硬币 4 次, 则恰有 2 次正面向上的概率是\_\_\_\_\_.
20. 已知  $\sin x = -\frac{3}{5}$  且  $x$  为第四象限角, 则  $\sin 2x =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
(2) 若  $a_k = 128$ , 求  $k$ .

23. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $A = 30^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ . 求

- (1)  $\sin C$ ;  
(2)  $AC$ .

24. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$ . 求

- (1)  $f(x)$  的单调区间;  
(2)  $f(x)$  零点的个数.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $C$  的长轴长为 4, 两焦点分别为  $F_1(-3, 0)$ ,  $F_2(3, 0)$

- (1) 求  $C$  的标准方程;  
(2) 若  $P$  为  $C$  上一点,  $|PF_1| - |PF_2| = 2$ , 求  $\cos \angle F_1PF_2$ .

参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了集合的运算的知识点.

【应试指导】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$

2. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了一元二次不等式的解集的知识.

【应试指导】 $x^2 - 2x < 0 \rightarrow x(x-2) < 0 \rightarrow 0 < x < 2$ , 故解集为  $\{x | 0 < x < 2\}$

3. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】曲线  $y = \frac{2}{x}$  的对称中心是原点  $(0, 0)$ , 而曲线  $y = \frac{2}{x-1}$  是由曲线  $y = \frac{2}{x}$  向右平移 1 个单位形成的, 故曲线  $y = \frac{2}{x-1}$  的对称中心是  $(1, 0)$ .

4. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了函数的单调性的知识点.

【应试指导】A、D 两项在  $(0, +\infty)$  上为减函数, C 项在  $(0, +\infty)$  上不是单调函数.

5. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了三角函数的周期的知识点.

【应试指导】最小正周期  $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$ .

6. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】A 项,  $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ , 则  $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$  故  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  为偶函数.

7. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】函数  $y = \log_2(x+2)$  的图像向上平移 1 个单位后, 所得图像对应的函数为  $y - 1 = \log_2(x-0+2)$ , 即  $y = \log_2(x+2) + 1$ .

8. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了等差数列和等比数列的知识点.

【应试指导】 $\{a_n\}$  为等差数列,  $a_1 = 1$ , 则  $a_2 = a_1 + d$ ,  $a_3 = a_1 + 2d$ ,  $a_6 = a_1 + 5d$ . 又因  $a_2, a_3, a_6$  成等比数列, 则  $a_3^2 = a_2 \cdot a_6$ , 即  $(1+2d)^2 = (1+d)(1+5d)$ , 解得  $d = 0$  (舍去) 或  $d = -2$ , 故选 C.

9. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了概率的知识点.

【应试指导】这 2 个数都是偶数的概率为  $P = \frac{C_2^2}{C_2^4} = \frac{1}{10}$ .

10. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了圆的方程的知识点.

【应试指导】圆  $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$  可化为  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$ , 故圆的半径为 4.

11. 【答案】A

【考点点拨】本题考查了双曲线的焦距的知识点.

【应试指导】 $3x^2 - 4y^2 = 12$  可化为  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ , 即  $a^2 = 4$ ,  $b^2 = 3$ , 则  $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 7$ , 则焦距  $2c = 2\sqrt{7}$ .

12. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了抛物线的焦点的知识点.

【应试指导】抛物线  $y^2 = 6x$  的焦点为  $F(\frac{3}{2}, 0)$ , 则直线 AF 的斜率为  $k = \frac{0 - (-1) - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - 0}$ .

13. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】该女生不在两端的不同排法有  $C_2^2 A_3^3 = 12$  (种).

14. 【答案】B

【考点点拨】本题考查了平行向量的知识点.

【应试指导】 $a + mb = (1, t) + m(-1, 2) = (1-m, t+2m)$ , 又因  $a + mb$  平行于向量  $(-2, 1)$ , 则  $1 \cdot (1-m) = -2 \cdot (t+2m)$  化简得:  $2t + 3m + 1 = 0$ .

15. 【答案】C

【考点点拨】本题考查了三角函数的最值的知识点.

【应试指导】当  $x = \frac{\pi}{3}$  时, 函数  $f(x) = 2\cos(3x-3)$  取最大值, 最大值为 2.

16. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了平面内两点间的距离公式的知识点.

【应试指导】由  $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$  即  $A(-1, 0), B(4, 5)$ , 则  $|AB| = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$ .

17. 【答案】D

【考点点拨】本题考查了充分条件和必要条件的知

【应试指导】图像有对称轴的不一定是偶函数, 但偶函数的图像一定有对称轴  $y$  轴, 故选 D.

一、填空题

18. 【答案】 $x - 3y - 7 = 0$

【考情点拨】本题考查了直线方程的知识点.

【应试指导】因为所求直线与直线  $3x + y - 1 = 0$  垂直, 故可设所求直线方程为  $x - 3y + a = 0$ ; 又直线经过点  $(1, -2)$ , 故  $1 - 3 \times (-2) + a = 0$ , 则  $a = -7$ , 即所求直线方程为  $x - 3y - 7 = 0$

19. 【答案】 $\frac{3}{8}$

【考情点拨】本题考查了贝努利试验的知识点.

【应试指导】恰有 2 次正面向上的概率是  $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$ .

20. 【答案】 $-\frac{24}{25}$

【考情点拨】本题考查了三角函数公式的知识点.

【应试指导】 $x$  为第四象限角, 则  $\cos x = \frac{4}{5}$  故  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = -\frac{24}{25}$

21. 【答案】 $x + y = 0$

【考情点拨】本题考查了导数的几何意义的知识点.

【应试指导】根据导数的几何意义, 曲线在  $(0, 0)$  处的切线斜率  $k = y'|_{x=0} = -1$ , 则切线方程为  $y - 0 = -1 \cdot (x - 0)$ , 化简得:  $x + y = 0$ .

三、解答题

22. (1)  $S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1)$ ,

$$\begin{aligned} \text{则 } a_n &= S_n - S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^n - 1) - \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1) \\ &= 2^{2n-1}. \end{aligned}$$

(2)  $a_k = 2^{2k-1} = 128 = 2^7$ ,

$$\therefore 2k - 1 = 7,$$

$$\therefore k = 4.$$

23. (1)  $\because \frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC}$

$$\therefore \sin C = \frac{\sin A}{BC} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(2) 由题意知,  $C < 90^\circ$ ,

$$\text{故 } \cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\sin B = \sin[180^\circ - (A + C)] = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{3 + \sqrt{6}}{6},$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin B = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

24. (1)  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ , 令  $f(x) = 0$ , 得:  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$

当  $x > 1$  或  $x < -\frac{5}{3}$  时,  $f(x) > 0$ ;

当  $-3 < x < 1$  时,  $f(x) < 0$ .

故  $f(x)$  的单调增区间为  $(-\infty, -\frac{5}{3})$  和  $(1, +\infty)$ , 单调减区间为  $(-3, 1)$

(2)  $f(-\frac{5}{3}) > 0, f(1) < 0$

$\therefore f(x)$  有 3 个零点

25. (1) 由题意可知,  $a = 2, c = 3$ ,

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1,$$

$\therefore$  椭圆的标准方程为  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .

$$(2) \begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a = 4 \\ |PF_1| - |PF_2| = 2 \end{cases}$$

解得:  $|PF_1| = 3, |PF_2| = 1$ ,

由余弦定理可得:

$$\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1 F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} = \frac{3^2 + 1 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3 \times 1} = -\frac{1}{3}$$