

成人高考高起点数学模拟（二）

第 I 卷（选择题，共 85 分）

一、选择题：本大题共 17 小题；每小题 5 分，共 85 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$ $B = \{a, b, e\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{a, b, e\}$ B. $\{c, d\}$ C. $\{a, b, c, d, e\}$ D. 空集

2. 函数 $y = \sqrt{1 - |x+3|}$ 的定义域是 ()

- A. \mathbb{R} B. $[0, +\infty]$ C. $[-4, -2]$ D. $(-4, -2)$

3. 设 $U = \mathbb{R}, M = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, 则 $\complement_U M =$ ()

- A. $[0, 2]$ B. $(0, 2)$ C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

4. 设甲： $x=2$ ；乙： $x^2+x-6=0$ ，则 ()

- A. 甲是乙的必要非充分条件 B. 甲是乙的充分非必要条件
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

5. 函数 $y = 2\sqrt{x} (x \geq 0)$ 的反函数为 ()

- A. $y = \frac{x^2}{4} (x \in \mathbb{R})$ B. $y = \frac{x^2}{4} (x \geq 0)$
C. $y = 4x^2 (x \in \mathbb{R})$ D. $y = 4x^2 (x \geq 0)$

6. 两条平行直线 $z_1 = 3x + 4y - 5 = 0$ 与 $z_2 = 6x + 8y + 5 = 0$ 之间的距离是 ()

- A. 2 B. 3 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

7. 设 $\tan \alpha = 1$, 且 $\cos \alpha < 0$, 则 $\sin \alpha =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 3$ ， $\cos A = \frac{1}{2}$, 则 BC 长为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

9. 已知向量 $a = (4, x)$ 向量 $b = (5, -2)$ ，且 $a \perp b$, 则 x 的值为 ()

- A. 10 B. -10 C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{8}{5}$

10. 到两定点 A (-1,1) 和 B (3,5) 距离相等的点的轨迹方程为 ()
 A. $x+y-4=0$ B. $x+y-5=0$ C. $x+y+5=0$ D. $x+y+2=0$
11. 以椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的任意一点 (长轴两端除外) 和两个焦点为顶点的三角形的周长等于 ()
 A. 12 B. $8+2\sqrt{7}$ C. 13 D. 18
12. 抛物线 $y^2 = -4x$ 上一点 P 到焦点的距离为 3, 则它的横坐标是 ()
 A. -4 B. -3 C. -2 D. -1
13. 过(1,-1)与直线 $3x+y-6=0$ 平行的直线方程是()
 A. $3x-y+5=0$ B. $3x+y-2=0$ C. $x+3y+5=0$ D. $3x+y-1=0$
14. 函数 $y = ax^3 + bx + 1$ (a, b 为常数), $f(2) = 3$, 则 $f(-2)$ 的值为 ()
 A. -3 B. -1 C. 3 D. 1
15. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差为 $d = 2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k =$ ()
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
16. 掷两枚硬币, 两枚的币值面都朝上的概率是 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{8}$
17. 若从 6 名志愿者中选出 4 人分别从事翻译、导游、导购、保洁四项不同工作, 则选派方案共有()
 A. 180 种 B. 360 种
 C. 15 种 D. 30 种

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上。

18. 函数 $y = 2\sin 2x$ 的最小正周期_____。
19. 已知 $f(2x+1) = 3x+5$ 且 $f(m) = 4$, 则 $m =$ _____。
20. 过曲线 $y = \frac{1}{3}x^3$ 上一点 $P(2, \frac{8}{3})$ 的切线方程是_____。
21. 从球队中随机选出 5 名队员, 其身高分别为 (单位: cm) 180, 188, 200, 195, 187 则身高的样本方差为_____ cm^2

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。

22. (本小题满分 12 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_2 = 6$, $6a_1 + a_3 = 30$, 求 a_n 和 S_n

23. (本小题满分 12 分)

已知锐角三角形 ABC 的边长 $AB=10, BC=8$, 面积 $S=32$, 求 AC 的长

24. (本小题满分 12 分)

求过点 $A(3, 2)$, 圆心在直线 $y=2x$ 上, 且与直线 $y=2x+5$ 相切的圆的方程.

25. (本小题满分 13 分)

已知在 $[-2, 2]$ 上有函数 $f(x) = 2x^3 + 6x^2$,

- (i) 求证函数 $f(x)$ 的图像经过原点, 并求出 $f(x)$ 在原点的导数值, 以及在 $(1,1)$ 点的导数值。
- (ii) 求函数在区间 $[-2, 2]$ 的单调区间以及最大值最小值。

单选题

CCABB DAAAA BCBCD BD

填空题

18 π
 19 $1/3$
 20 $12x-3y-16=0$
 21

解答题

22 解：设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，由题设得

$$\begin{cases} a_1 q = 6, \\ 6a_1 + a_1 q^2 = 30. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 3, \\ q = 2, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a_1 = 2, \\ q = 3. \end{cases}$$

当 $a_1 = 3, q = 2$ 时, $a_n = 3 \times 2^{n-1}, S_n = 3 \times (2^n - 1)$;

当 $a_1 = 2, q = 3$ 时, $a_n = 2 \times 3^{n-1}, S_n = 3^n - 1$.

23 解：由面积公式 $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$ 得 $32 = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \cdot \sin B$ 解得 $\sin B = \frac{5}{4}$ ，

因 $\angle B$ 为锐角，故 $\cos B = \frac{3}{5}$ ，由余弦定理得 $AC^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \times 10 \times 8 \times \frac{3}{5} = 68$

所以 $AC = 2\sqrt{17}$ 。

24 解：设圆心为 $P(a, b)$ ，依题意得 a, b 满足方程组

$$\begin{cases} b = 2a, \\ \sqrt{(a-3)^2 + (b-2)^2} = \frac{|2a-b+5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \end{cases}$$

将 $b=2a$ 代入上式，两端平方化简 $5a^2 - 14a + 8$ 解得 $a_1 = 2, a_2 = \frac{4}{5}$ 。代入上式得 $b_1 = 4, b_2 = \frac{8}{5}$ 。

于是，满足条件的圆心有两个： $P_1(2, 4), P_2(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$ 。由上式知圆的半径 $r = \frac{|2a-b+5|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ 。于是

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 5 \text{ 或 } (x-\frac{4}{5})^2 + (y-\frac{8}{5})^2 = 5。$$

25 解：解：因为 $f(0) = 0$ ，所以图像过原点。

$$f'(x) = 6x^2 + 12x, \text{ 所以 } f'(0) = 0, f'(1) = 6 + 12 = 18。$$

由于 $f'(x) = 6x^2 + 12x$ ，令 $f'(x) = 0$ ，解得驻点为 $x_1 = -2, x_2 = 0$

(1) 当 $x < -2$ 时， $f'(x) > 0$ 。所以 $f(x)$ 单调递增。

(2) 当 $-2 < x < 0$ 时， $f'(x) < 0$ 。所以 $f(x)$ 单调递减。

(3) 当 $x > 0$ 时， $f'(x) > 0$ 。所以 $f(x)$ 单调递增。

由于 $f(0) < 0, f(-2) < 8, f(2) < 40$

因此此函数在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为 40，最小值为 0。