

成人高考高起点数学模拟（五）

第 I 卷(选择题, 共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 若函数 $f(x)$ 是奇函数, 则函数 $F(x) = f(x) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ 的奇偶性是

- A. 奇函数
- B. 偶函数
- C. 非奇非偶函数
- D. 既是奇函数, 又是偶函数

【答案】A

2. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 3, 4\}$, 则 $A \cap \bar{B}$ 是

- A. $\{2, 4\}$
- B. $\{1, 2\}$
- C. $\{0, 1\}$
- D. $\{0, 1, 2, 3\}$

【答案】B

3. 方程 $2\sin 2x = x - 3$ 的解

- A. 有 1 个
- B. 有 2 个
- C. 有 3 个
- D. 有 4 个

【答案】C

4. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(\cos x)$ 的定义域为

- A. $[0, 1]$
- B. $(-\infty, +\infty)$
- C. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- D. $\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbf{Z})$

【答案】D

5. 已知 $f(x)$ 是定义域在 $[-5, 5]$ 上的偶函数, 且 $f(3) > f(1)$, 则下列各式一定成立的是

- A. $f(-1) < f(3)$
- B. $f(0) < f(5)$
- C. $f(3) > f(2)$
- D. $f(2) > f(0)$

【答案】A

6. 下列函数的图像向右平移一个单位长度之后，与 $y=f(x)$ 的图像重合的是

- A. $y=f(x+1)$
- B. $Y=f(x-1)$
- C. $y=f(x)+1$
- D. $y=f(x)-1$

【答案】A

7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $2B=A+C$ ， $b^2=ac$ ，则 $B-A=$

- A. 0
- B. $\frac{\pi}{6}$
- C. $\frac{\pi}{4}$
- D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】A

8. 不等式 $2^{x^2+3} > 2^{4x}$ 中 x 的取值范围是

- A. $x < 1$
- B. $x > 3$
- C. $x < 1$ 或 $x > 3$
- D. $x \leq 1$ 或 $x \geq 3$

【答案】C

9. 已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 的反函数为 $f^{-1}(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ ，则

- A. $a=3$ ， $b=5$ ， $c=-2$
- B. $a=3$ ， $b=-2$ ， $C=5$
- C. $a=-3$ ， $b=-5$ ， $c=2$
- D. $a=2$ ， $b=5$ ， $C=-3$

【答案】A

10. 已知 α 、 β 为锐角， $\cos\alpha > \sin\beta$ ，则

- A. $0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$
- B. $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$
- C. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta < \pi$

【答案】A

11. 设 a 、 b 都是单位向量，下列命题正确的是

- A. $a=b$
- B. 若 $a//b$ ，则 $a=b$
- C. $a^2=b^2$
- D. $a \cdot b=1$

【答案】C

12. 过点 $P(2, 3)$ 且在两轴上截距相等的直线方程为

- A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$
- B. $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$ 或 $y = \frac{3}{2}x$
- C. $x + y = 5$
- D. $y - 3 = \frac{3}{2}(x - 2)$

【答案】B

13. 方程 $y = -\sqrt{x}$ 的图形是过原点的抛物线，且在

- A. 第 I 象限内的部分
- B. 第 II 象限内的部分
- C. 第 III 象限内的部分
- D. 第 IV 象限内的部分

【答案】D

14. 甲、乙、丙、丁、戊五个学生排成一排，甲必须排在乙之前的不同排法为

- A. P_5^1
- B. $\frac{1}{2}P_5^1$
- C. P_5^2
- D. $\frac{1}{2}P_5^2$

【答案】D

15. 一切被 3 整除的两位数之和为

- A. 4892
- B. 1665
- C. 5050
- D. 1668

【答案】B

16.

已知 $\alpha \cap \beta = a, b \perp \beta, b$ 在 α 内的射影是 b' , 那么 b' 和 a 的关系是

- A. $b' \parallel a$ B. $b' \perp a$
 C. b' 与 a 是异面直线 D. b' 与 a 相交成锐角

【答案】B

17. 已知 b_1, b_2, b_3, b_4 成等差数列, 且 b_1, b_4 为方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根, 则 $b_2 + b_3$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

【答案】D

第 II 卷(非选择题, 共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分。共 16 分)

18. $\frac{1}{3}\sqrt{18}i + \frac{3}{2}\sqrt{8}i - \frac{2}{5}\sqrt{50}i =$

【答案】 $2\sqrt{2}i$

19.

方程 $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 (A \neq 0)$ 满足条件 $\left(\frac{D}{2A}\right)^2 + \left(\frac{E}{2A}\right)^2 - \frac{F}{A} = 0$, 它的图像是_____.

【答案】点 $\left(-\frac{D}{2A}, -\frac{E}{2A}\right)$

20. 设离散型随机变量 ξ 的分布列如下表, 那么 ξ 的期望等于

ξ	6	5.4	5	4	0
P	0.7	0.1	0.1	0.06	0.04

【答案】5.48

21. 已知 i, j, k 为单位向量且互相垂直, 向量 $a = i + j, b = -i + j - k$, 则 $a \cdot b =$ _____

【答案】0

三、解答题(本大题共 4 小题. 共 49 分)

22. (本小题满分 12 分)已知 a 、 b 、 c 成等比数列, x 是 a 、 b 的等差中项, y 是 b 、 c 的等差中项。

证明: $\frac{a}{x} + \frac{c}{y} = 2$.

【答案】由已知条件得, $b^2=ac$, $2x=a+b$, $2y=b+c$, ①

$\therefore 2cx=ac+bc$, $2ay=ab+ac$, ②

②中两式相加得, $2ay+2cx=ab+2ac+bc$,

又①中后两式相乘得,

$$4xy=(a+b)(b+c)$$

$$=ab+b^2+ac+bc=ab+2ac+bc,$$

$$\therefore 2ay+2cx=4xy,$$

$$\text{即 } \frac{a}{x} + \frac{c}{y} = 2.$$

23. (本小题满分 12 分)

A 、 B 、 C 是直线 l 上的三点, P 是这条直线外一点, 已知 $AB=BC=a$, $\angle APB=90^\circ$, $\angle BPC=45^\circ$ 。

求:

(I) $\angle PAB$ 的正弦;

(II) 线段 PB 的长;

(III) P 点到直线 l 的距离。

【答案】 PC 是 $\angle APB$ 的外角平分线,

(I) 由外角平分线性性质定理,

$$\frac{PA}{PB} = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1}, \text{ 则 } PB = \frac{PA}{2}, \sin \angle PAB =$$

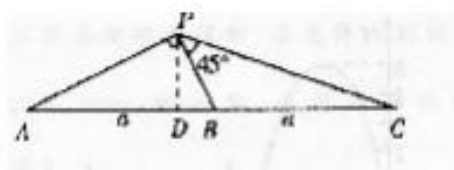
$$\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

(II) $PB = AB \sin \angle PAB$

$$= \frac{\sqrt{5}}{5} a.$$

(III) 作 $PD \perp AB$ (如图所示), 其中 $PA = \frac{2}{\sqrt{5}} a$, 故

$$PD = PA \sin \angle PAB = \frac{2}{5} a.$$



24. (本小题满分 12 分)

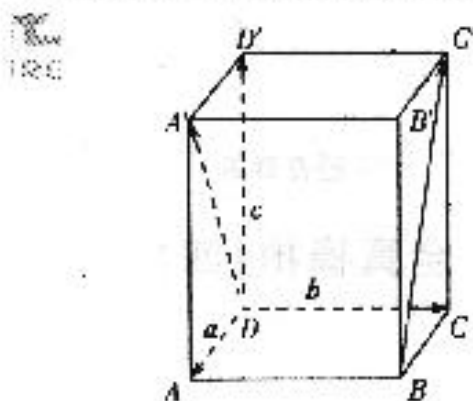
在正四棱柱 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $\overrightarrow{DA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{DC} = \mathbf{b}, \overrightarrow{DD'} = \mathbf{c}$,

(I) 写出向量 $\overrightarrow{DA'}$ 和 $\overrightarrow{BC'}$ 关于基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的分解式.

(II) 求证: $\overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{BC'} = |\mathbf{c}|^2 - |\mathbf{a}|^2$

(III) 求证: $\overrightarrow{DD'} \perp \overrightarrow{BC'}$.

【答案】(1)由题意知(如图所示)



24 题答案图

$$\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DA} = \mathbf{c} + \mathbf{a}.$$

$$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = -\mathbf{a} + \mathbf{c}.$$

$$(II) \overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{BC'} = (\mathbf{c} + \mathbf{a}) \cdot (-\mathbf{a} + \mathbf{c}) = (\mathbf{c} + \mathbf{a}) \cdot$$

$$(\mathbf{c} - \mathbf{a}) = |\mathbf{c}|^2 - |\mathbf{a}|^2.$$

$$(III) \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{BC'} = \mathbf{c} \cdot (-\mathbf{a}) = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}.$$

\therefore 由已知, \mathbf{a}, \mathbf{c} 是正四棱柱的棱, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 两两垂直,

$$\therefore \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 0.$$

$$\therefore \overrightarrow{DD'} \perp \overrightarrow{BC'}.$$

25. (本小题满分 13 分)

电流强度 I 随时间 t 变化的函数关系式是 $I = A \sin \omega t$, 设 $\omega = 100\pi$ (弧度/秒), $A = 5$ (安培).

(I) 求电流强度 I 变化周期与频率;

(II) 当 $t = 0, \frac{1}{200}, \frac{1}{100}, \frac{3}{200}, \frac{1}{50}$ (秒) 时, 求电流强度 I (安培);

(III) 画出电流强度 I 随时间 t 变化的函数的图像.

【答案】

$$(I) T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50} (s), f = \frac{1}{T} = 50 (s^{-1}),$$

所以电流强度 I 变化的周期为 $\frac{1}{50}$ s, 频率为

50 次/s.

(II) 列表如下:

t (秒):	0	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{1}{50}$
$I = 5 \sin 100\pi t$	0	5	0	-5	0

(III) 下图为 I 随 t 变化的图像:

